This question paper contains 15 printed pages]

Roll No. | | | | | | | | | | | |

DESHBANDHU COLLEGE LIBRARY Kalkaji, New Delhi-19

2019

(1)

S. No. of Question Paper : **8929**

Unique Paper Code : **12271201** **IC**

Name of the Paper : **Introductory Macroeconomics**

Name of the Course : **B.A. (Honours) Economics-CBCS**

Semester : **II**

Duration : **3 Hours** Maximum Marks : **75**

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written *either* in English *or* in Hindi but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :—इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Answer any *five* questions.

All questions carry equal marks.

किन्हीं **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

P.T.O.

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

1. (*a*) The following data is given for an economy for the year 2016. How each of the following transactions would affect the GDP and why ? 3

(*i*) Rs. 10 lakh is paid as interest on the national debt.

(*ii*) Ice-cream maker began the year with Rs. 5,000 worth of milk in his factory and at the end of the year he is holding Rs. 5,500 worth of milk.

(*b*) Using the quantity theory of money and the Fisher's equation explain in detail how the rate of growth in money affects the nominal interest rate ? 5

(*c*) Explain whether a new environmental protection law that requires firms to reduce their emissions of pollutants (an exogenous event) will shift the short run aggregate supply curve or aggregate demand. What are the policy options available for the macroeconomist working with the government to minimise effect of these events on the economy ? Explain using suitable diagram. 7

(अ) वर्ष 2016 के लिए एक अर्थव्यवस्था के लिए निम्नलिखित आँकड़े दिए गए हैं। निम्नलिखित में से प्रत्येक GDP को किस प्रकार प्रभावित करता है व क्यों ?

(*i*) राष्ट्रीय ऋण पर दिए गए ब्याज के रूप में 10 लाख रुपये।

(*ii*) एक आइसक्रीम निर्माता अपनी फैक्ट्री में 5,000 रुपये मूल्य के दूध के साथ आरंभ करता है तथा वर्ष के अंत में 5,500 रुपये मूल्य का दूध उसके पास होता है।

(ब) मुद्रा का परिमाण सिद्धांत व फिशर समीकरण का उपयोग करके व्याख्या कीजिए कि कैसे मुद्रा वृद्धि, सांकेतिक ब्याज दर को प्रभावित करती है?

(स) व्याख्या कीजिए कि क्या एक नया पर्यावरण संरक्षण कानून जिसके बहुत कम्पनियों को प्रदूषक उत्सर्जन को कम करने की आवश्यकता होती है। (एक बाहरी घटना) अल्पकाल सामूहिक पूर्ति वक्र या सामूहिक माँग वक्र को खिसकाता है। अर्थव्यवस्था पर इन घटनाओं के प्रभाव को कम करने के लिए सरकार के साथ काम करने वाले समष्टिगत अर्थशास्त्रियों के लिए पॉलिसी के क्या विकल्प उपलब्ध हैं? उपयुक्त चित्र का उपयोग कीजिए।

P.T.O.

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

2. (*a*) What are the uses of private savings ? 3

(*b*) Suppose a country's quantity of money is Rs. 600 billion, nominal gross domestic product is Rs. 12 trillion and the real gross domestic product is Rs. 6 trillion. (1 trillion = 1000 billion)

(*i*) What is the price level and velocity of money in this country ?

(*ii*) Suppose the velocity is constant and the economy's output by 5 per cent each year. What quantity of money and money supply should the central bank set next year if it wants to keep the price level stable ? (Calculate money supply in billions). 2,3

(*c*) Using the suitable diagram in IS-LM framework show the effect of introduction of investment subsidy on the level of consumption, income, investment and interest rate in an economy. Also, compare the results with other expansionary fiscal policies. 7

downloaded from StudentSuvidha.com

(अ) निजी बचतों के उपयोग क्या हैं?

(ब) मान लीजिए एक देश में मुद्रा की मात्रा 600 बिलियन रुपये है, सांकेतिक सकल घरेलू उत्पाद 12 ट्रिलियन रुपये है व वास्तविक घरेलू उत्पाद 6 ट्रिलियन रुपये है। (1 ट्रिलियन = 1000 बिलियन)।

(*i*) इस देश में कीमत स्तर पर मुद्रा का वेग क्या है ?

(*ii*) मान लीजिए कि वेग स्थिर है व अर्थव्यवस्था का उत्पादन 5 प्रतिशत प्रति वर्ष से बढ़ता है। तो केन्द्रीय बैंक को अगले वर्ष मुद्रा की मात्रा व मुद्रा पूर्ति कितनी करनी होगी यदि वह कीमत स्तर को समान रखना चाहता है? (मुद्रा पूर्ति को बिलियन में ज्ञात कीजिए।)

(स) IS-LM ढाँचे में उचित चित्र का उपयोग करके निवेश सब्सिडी के प्रस्तावना के प्रभाव को उपभोग स्तर, आय, निवेश व संतुलन ब्याज दर पर दर्शाइये। परिणामों की अन्य विस्तार के राजकोषीय नीतियों के साथ भी तुलना कीजिए।

3. (*a*) Explain briefly the following concepts :

(*i*) Household fixed investment.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(*ii*) Monetary neutrality. 3

(*b*) Assume that the demand for real money balances is represented by the following :

M/P=Y [0.4 – (*r* + expected inflation)

Where; Nominal Income (Y) = Rs. 2000

Real interest rate (*r*) = 4%

Expected inflation = 6% is constant in short run

(*i*) Calculate seignorage, if the rate of growth of nominal money is 15 per cent forever.

(*ii*) Calculate the inflation tax when actual inflation equals 6 per cent. Is it equal to Seignorage ? 3,2

(*c*) (*i*) Define budget surplus. What does negative budget surplus mean ? Explain using suitable diagram. 3

(*ii*) Explain the effect of increase in government purchase on budget surplus. 4

(अ) निम्नलिखित अवधारणाओं की संक्षिप्त व्याख्या कीजिए :

(*i*) गृहस्थ स्थिर निवेश

(*ii*) मौद्रिक तटस्थता।

(ब) मान लीजिए वास्तविक मुद्रा शेष के लिए माँग निम्नलिखित द्वारा प्रस्तुत की गई है :

M/P = Y [0.4 – (*r* + expected inflation)

जहाँ : सांकेतिक आय (Y) = 2000 रुपये

वास्तविक ब्याज दर (*r*) = 4 प्रतिशत

अपेक्षित स्फीति = 6 प्रतिशत अल्पकाल में स्थिर है।

(*i*) सैनोरेज ज्ञात कीजिए यदि सांकेतिक मुद्रा की वृद्धि दर सदैव के लिए 15 प्रतिशत है।

(*ii*) स्फीति कर ज्ञात कीजिए जब वास्तविक स्फीति 6 प्रतिशत है। क्या यह सैनोरेज के बराबर है?

(स) (*i*) बजट आधिक्य को परिभाषित कीजिए। ऋणात्मक बजट आधिक्य का क्या अर्थ है? उचित चित्र का उपयोग करके व्याख्या कीजिए।

(*ii*) बजट आधिक्य पर सरकारी क्रय में वृद्धि के प्रभाव की व्याख्या कीजिए।

4. (*a*) If the GDP deflator for the year 2016 is 110 and the nominal GDP for year 2016 and year 2015 are 5500 and 3800 respectively, find the rate of growth of real domestic product keeping 2015 as base year. 3

(*b*) Seignorage is the real revenue from money creation. If the government chooses a constant rate of nominal

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

money growth and maintains it forever, what would be its effect on seignorage ? 5

(c) (i) Graphically explain the derivation of aggregate demand curve using IS-LM framework. 3

(ii) Explain monetary transmission mechanism. 4

(अ) यदि वर्ष 2016 के लिए GDP डिफ्लेटर 110 व वर्ष 2015 तथा 2016 के लिए सांकेतिक GDP क्रमशः 3800 व 5500 है। वर्ष 2015 को आधार वर्ष रखकर वास्तविक घरेलू उत्पाद की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

(ब) मुद्रा निर्माण से सैनोरेज वास्तविक राजस्व है। यदि सरकार एक स्थिर मुद्रा वृद्धि दर का चुनाव करती है तथा सदैव इसे बनाए रखती है, तो इसका सैनोरज पर क्या प्रभाव पड़ेगा?

(स) (i) IS-LM ढाँचे का उपयोग करके सामूहिक माँग वक्र के चित्रमय निर्माण की व्याख्या कीजिए।

(ii) मौद्रिक हस्तांतरण तन्त्र की व्याख्या कीजिए।

5. (a) What are components of current account of the Balance of Payment of a country ? 3

(b) A bond promises to pay $1000 in one year.

(i) What is the interest rate on the bond if its price today is $ 500 and $ 800 ?

(ii) What is the relation between the price of the bond and the interest rate ? 3,2

(c) (i) What do you mean by crowding out ? Explain using a suitable diagram. 3

(ii) When the demand for real money balances is less responsive to the rate of interest, crowding out is more. Explain using suitable diagram. 4

(अ) एक देश के भुगतान शेष के चालू खाते के घटक क्या हैं ?

(ब) एक वर्ष में एक बाँड 1000 डॉलर देने का वचन देता है।

(i) बाँड पर ब्याज दर क्या होगी, यदि आज उसकी कीमत 500 डॉलर व 800 डालर है।

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(ii) बाँड की कीमत व ब्याज दर के बीच क्या संबंध है?

(स) (i) क्राउडिंग आउट से आपका क्या अर्थ है? उपयुक्त चित्र का उपयोग कीजिए।

(ii) जब वास्तविक मुद्रा शेष के लिए माँग ब्याज दर के प्रति कम संवेदनशील होती है तो क्राउडिंग आउट अधिक होता है। उपयुक्त चित्र का उपयोग करके व्याख्या कीजिए।

6. (a) Explain how each of the following transactions would enter the India's balance of payment accounts.

I. The Reserve Bank of India sells dollars and buys rupee from a Swiss Bank.

II. Indian resident opens a Swiss Bank account. 3

(b) What is a money multiplier ? Suppose an economy has a monetary base of $ 10 million. Calculate money supply in the following situations :

(i) All the money is held as demand deposits and banks hold 10 per cent of their deposits as reserves.

(ii) All the money is held as currency. 3,2

(c) Assume the following IS-LM model :

C = 200 + 0.5 Yd

Yd = Y – Tax

Tax = 0.2Y

I = 400 – 36i

G = 120

M = 200

P = 2

L = 0.2Y – 8i

(i) Calculate the equilibrium level of income and interest rate. 3

(ii) How much investment will be crowded out if the government increases its purchases by 120 and nominal money supply remains unchanged ? 4

(अ) निम्नलिखित में से प्रत्येक लेन-देन भारत के भुगतान शेष खाते में कैसे शामिल किए जायेंगे व्याख्या कीजिए :

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(I) स्विस बैंक से भारतीय रिजर्व बैंक द्वारा खरीदे गए रुपये व बेचे गए डॉलर।

(II) भारतीय निवासी द्वारा स्विस बैंक में खोला गया खाता।

(ब) मुद्रा गुणक क्या है? मान लीजिए कि एक अर्थव्यवस्था के पास 10 मिलियन डॉलर का मौद्रिक आधार है। निम्नलिखित परिस्थिति में मुद्रा पूर्ति ज्ञात कीजिए :

(*i*) सभी मुद्रा माँग जमा के रूप में है तथा बैंक अपनी जमाओं का 10 प्रतिशत रिजर्व के रूप में रखता है।

(*ii*) सभी मुद्रा करेन्सी के रूप में है।

(स) निम्नलिखित आँकड़े दिए गए हैं :

$C = 200 + 0.5\ Yd$

$Yd = Y - Tax$

$Tax = 0.2Y$

$I = 400 - 36i$

$G = 120$

$M = 200$

$P = 2$

$L = 0.2Y - 8i$

(*i*) आय के संतुलन स्तर व ब्याज दर की गणना कीजिए।

(*ii*) कितना निवेश क्राउड आउट होगा यदि सरकार अपनी खरीद को 120 से बढ़ाती है तथा सांकेतिक मुद्रा पूर्ति समान रहती है।

7. (*a*) How does GDP differ from GNP ? If a country employs many foreign workers, which is likely to be higher : GDP or GNP ? 3

(*b*) What are the social costs of a predictable inflation ? 5

(*c*) Consider a loanable funds market of an economy. The following equations describe the economy :

$Y = C + G + I$

$Y = 6000$

$G = 2000$

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

T = 2000

C = 500 + 0.5 (Y – T)

I = 2000 – 50r

(*i*) Find the equilibrium rate of interest and national savings. 3

(*ii*) Now suppose the government reduces the taxes to 1000. Compute by how much amount do the following change : disposable income, consumption, investment and national savings due to fall in the tax. 4

(अ) GDP, GNP से कैसे भिन्न है? यदि देश बहुत विदेशी कर्मचारियों को रोजगार देता है तो कौनसा अधिक होने की संभावना है : GDP या GNP ?

(ब) अपेक्षित स्फीति की सामाजिक लागत क्या है?

(स) एक अर्थव्यवस्था के ऋणयोग्य कोषों के बाजार पर चर्चा कीजिए। निम्नलिखित समीकरण अर्थव्यवस्था की व्याख्या करते हैं :

Y = C + G + I

Y = 6000

G = 2000

T = 2000

C = 500 + 0.5 (Y – T)

I = 2000 – 50r

(*i*) संतुलन ब्यांज दर व राष्ट्रीय बचतों को ज्ञात कीजिए।

(*ii*) अब मान लीजिए कि सरकार करों को घटाकर 1000 करती है। ज्ञात कीजिए कि निम्नलिखित प्रयोज्य आय, उपभोग, निवेश व राष्ट्रीय बचत में करों में कमी के कारण कितना बदलाव आएगा ?

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

②

[This question paper contains 15 printed pages]

Your Roll No. : 2019

DESHBANDHU COLLEGE LIBRARY Kalkaji, New Delhi-19

Sl. No. of Q. Paper : **9115** **IC**

Unique Paper Code : 12271202

Name of the Course : **B.A. (Hons.) Economics - CBCS**

Name of the Paper : Mathematical Methods for Economics - II

Semester : II

Time : 3 Hours ***Maximum Marks : 75***

Instructions for Candidates :

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश :

(a) Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.

इस प्रश्न-पत्र के प्राप्त होने पर तुरंत शीर्ष पर अपना रोल नंबर लिखें।

(b) Answer may be written either in **English** or in **Hindi**; but the same medium should be used throughout the paper.

इस प्रश्न-पत्र का उत्तर **अंग्रेजी** या **हिंदी** किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तर एक ही भाषा में होने चाहिए।

P.T.O.

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuv

(c) Answer **all** questions. Choice is available within each questions.

सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। सभी प्रश्नों के भीतर चयन उपलब्ध है।

(d) Use of simple calculator is permitted.

साधारण कैल्कुलेटर प्रयोग करने की अनुमति है।

StudentSuvidha.com

downloaded from

1. Attempt any **four** from the parts (a) to (e) in this question. 6×4

इस प्रश्न में भाग (a) से (e) में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिए।

(a) (i) Prove that any set of k vectors in R^n is linearly dependent if $k > n$.

सिद्ध कीजिए कि में k सदिशों का कोई भी समुच्चय रैखिकत : निर्भर (linearly dependent) होता है यदि $k > n$.

(ii) Under what conditions is the lower triangular matrix of order $n \times n$ invertible? Prove, for a lower triangular matrix of order 3×3, that if the inverse exists, the inverse is also a lower triangular matrix.

किन शर्तों के अधीन $n \times n$ क्रम का एक निम्न त्रिकोणात्मक आव्यूह (lower triangular matrix) प्रतिलोमनीय (invertible) होता है ? सिद्ध कीजिए कि एक आर्डर 3×3 निम्न त्रिकोणात्मक मैट्रिक्स के लिए यदि प्रतिलोम (inverse) का अस्तित्व है, तो वह भी निम्न त्रिकोणात्मक होगा।

(b) (i) For what values of p does the system of equations :

$px + y + 4z = 2;\ 2x + y + p^2 z = 2;\ x - 3z = p$

have a unique, none or infinitely many solutions.

p के किन मानों हेतु समीकरण निकाय :

$px + y + 4z = 2;\ 2x + y + p^2 z = 2;\ x - 3z = p$

का अद्बितीय हल होगा, कोई हल नहीं होगा या अनन्त हल होंगे।

(ii) Replace the vector of constants (2, 2, p) in part (i) above by (b_1, b_2, b_3) to state a necessary and sufficient condition for the new system of equations to have infinitely many solutions.

उपरोक्त भाग (i) में स्थिरांकों के सदिश (2, 2, p) के स्थान पर (b_1, b_2, b_3) लीजिए व इस नए समीकरण निकाय के अनन्त हल होने हेतु आवश्यक व पर्याप्त शर्तों को लिखिए।

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(c) The 5000 consumers of a product are equally divided between brand A and brand B this year. However each year 10% of brand A consumers of the previous year shift to brand B whereas 20% of brand B consumers of the previous year shift to brand A. The total number of consumers remain fixed. Set out the problem in matrix form to answer the following :

इस वर्ष एक उत्पाद के 5000 उपभोक्ता ब्रांड A व ब्रांड B में विभाजित हैं। प्रतिवर्ष ब्रांड A के पिछले वर्ष के उपभोक्ताओं में से 10% ब्रांड B पर चले जाते हैं जबकि ब्रांड B के पिछले वर्ष के उपभोक्ताओं में से 20% ब्रांड A पर चले जाते हैं। उपभोक्ताओं की कुल संख्या स्थिर रहती हैं। इस समस्या को आव्यूहों के रूप में लिखिए व इसकी सहायता से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(i) What is the proportion of brand A consumers after 2 years ?

2 वर्षों बाद ब्रांड A के उपभोक्ताओं का अनुपात क्या होगा ?

(ii) What was the proportion of brand A consumers last year ?

पिछले वर्ष ब्रांड A के उपभोक्ताओं का अनुपात क्या था ?

(d) (i) The plane P is perpendicular to the straight line $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{5}=\frac{z-3}{2}$ and passes through (1, 5, 7). Find the equation of the plane P.

समतल (plane) P, रेखा $\frac{x-2}{3}=\frac{y+4}{5}=\frac{z-3}{2}$ के लम्बवत् (perpendicular) है तथा (1, 5, 7) से गुजरती है। समतल P का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(ii) If $\bar{x}$ and $\bar{y}$ are vectors of unit length, under what circumstances is the length of their difference equal to 2 ?

यदि $\bar{x}$ व $\bar{y}$ इकाई लम्बाई के दो सदिश हैं, तो किन परिस्थितियों में इनके अन्तर की लम्बाई 2 के बराबर होगी ?

(e) (i) How many different matrices of order 3 × 3 can be formed that are both diagonal and idempotent ?

क्रम 3 × 3 के ऐसे कितने अलग-अलग आव्यूह बनाए जा सकते हैं जो कि विकर्णात्मक (diagonal) भी हों व आइडेम्पोटट (idempotent) भी ?

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(ii) Describe the set of vectors spanned by the set of vectors A, B and C, where :

सदिशों A, B व C, द्वारा पाटे गए (spanned) सदिशों के समुच्चय का वर्णन कीजिए जहाँ :

$$A=\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4\\5\\6\end{pmatrix},\begin{pmatrix}7\\9\\8\end{pmatrix}\right\};\ B=\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix},\begin{pmatrix}4\\8\\12\end{pmatrix},\begin{pmatrix}7\\17\\21\end{pmatrix}\right\};$$

$$C=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$$

downloaded from StudentSuvidha.com

2. Attempt any **two** from the parts (a) to (c) in this question. 5×2

इस प्रश्न में भाग (a) से (c) में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

(a) (i) Specify the domain and provide a rough sketch of it for the function $f(x, y)=\ln(9-x^2-9y^2)$. Also provide a rough sketch of the level curve at the height 4.

फलन $f(x, y)=\ln(9-x^2-9y^2)$ का परास लिखिए व उसका एक रेखाचित्र बनाइए। ऊँचाई 4 पर इसके स्तर वक्र को भी आरेखित कीजिए।

(ii) State three different necessary and sufficient conditions for concavity of a function f(x, y) that is continuously differentiable of order 2 and is defined on a convex domain.

एक उत्तल परास (convex domain) पर परिभाषित व क्रम 2 के सततः अवकलनीय (continuously differentiable) फलन f(x, y) की अवतलता (concavity) हेतु तीन अलग-अलग आवश्यक व पर्याप्त शर्तें लिखिए।

(b) (i) For the surface defined by the differentiable function $z=F\left(x,\frac{y}{x}\right)$, show that the tangent plane at (x_1, y_1) intersects the z axis at

$$z=F\left(x_1,\frac{y_1}{x_1}\right)-F'_x\left(x_1,\frac{y_1}{x_1}\right)x_1$$

अवकलनीय फलन $z=F\left(x,\frac{y}{x}\right)$, द्वारा परिभाषित सतह (surfae) हेतु दर्शाइए कि पर स्पर्शी समतल (tangent plane) z अक्ष को

$$z=F\left(x_1,\frac{y_1}{x_1}\right)-F'_x\left(x_1,\frac{y_1}{x_1}\right)x_1$$ पर प्रतिच्छेदित (intersect) करता है।

P.T.O.

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(ii) Draw a sketch of the level curve(s) to the function $f(x,y)=\frac{2y}{x}+\left(\frac{y}{x}\right)^2$ at the height 3 cm or m. Is the function homothetic ?

फलन $f(x,y)=\frac{2y}{x}+\left(\frac{y}{x}\right)^2$ के ऊँचाई 3 cm or m पर स्तर वक्र (वक्रों) को आरेखित कीजिए। क्या यह फलन होमोथेटिक (homothetic) है ?

(c) The temperature at a point (x, y) on a metal plate in the X–Y plane is $T(x,y)=\frac{xy}{1+x^2+y^2}$.

X–Y समतल में धातु की एक प्लेट के बिन्दु (x, y) पर तापमान $T(x,y)=\frac{xy}{1+x^2+y^2}$ है।

(i) Find the rate of change of temperature at (1,1) in the direction (2,–1).

(1,1) पर दिशा (2,–1) में तापमान के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

(ii) An ant at (1,1) wishes to walk in the direction in which the temperature drops most rapidly. Write down the unit vector in that direction.

(1,1) पर स्थित एक चींटी उस दिशा में चलना चाहती है जिसमें तापमान सबसे तेजी से गिरता है। इस दिशा में इकाई सदिश लिखिए।

3. Attempt any **two** from the parts (a) to (c) in this question. 6×2

इस प्रश्न में भाग (a) से (c) में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

(a) Given that the function f (x, y) is homogenous of degree *p*, show that $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ and $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ are homogenous of degree p–1 . Using this, or otherwise, prove that $x^2 f''_{xx}+2xyf''_{xy}+y^2 f''_{yy}=p(p-1)f(x,y)$

दिया हुआ है कि फलन f (x, y) कोटि p का समघात है, तो दर्शाइए कि $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ व $\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}$ कोटि p–1 के समघात हैं। इसकी सहायता से, या अन्यथा सिद्ध कीजिए कि $x^2 f''_{xx}+2xyf''_{xy}+y^2 f''_{yy}=p(p-1)f(x,y)$

StudentSuvidha.com
downloaded from
Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(b) (i) State the implicit function theorem.

परोक्ष फलन प्रमेय (implicit function theorem) को लिखिए।

(ii) The function $f(x, y, z, u, v) : \Re^5 \rightarrow \Re^2$ is defined by the system of two equations : $u^3yz + 2xv - u^2 v^2 - 2 = 0$;and $xy^2 + xzu + yv^2 - 3 = 0$, has a solution at $(x, y, z, u, v) = (1, 1, 1, 1, 1)$. Find the values of the endogenous variables u and v when $x = 1.02, y = 0.99$, and $z= 1$.

फलन $f(x, y, z, u, v) : \Re^5 \rightarrow \Re^2$ जो कि दों समीकरणों के निकाय: $u^3yz + 2xv - u^2 v^2 - 2 = 0$; व $xy^2 + xzu + yv^2 - 3 = 0$, से परिभाषित है, का $(x, y, z, u, v) = (1, 1, 1, 1, 1)$ पर एक हल है। जब $x = 1.02, y = 0.99$, व $z= 1$ हों तो अन्तर्जात चरों (endogenous variables) u व v के मान ज्ञात कीजिए।

StudentSuvidha.com
downloaded from

(c) State the definition for a quasi-concave function. Use the definition to test whether the following three functions are quasi-concave :

(i) $f(x) = x^2$ (ii) $g(x) = \sqrt{x}$ (iii) $h(x, y) = x^2 y$

एक अर्ध अवतल (quasi-concave) फलन की परिभाषा लिखें। इस परिभाषा के इस्तेमाल से निम्नलिखित तीन फलनों के अर्ध अवतल होने का परीक्षण करें।

(i)$f(x) = x^2$ (ii)$g(x)$ $\sqrt{x}$ (iii) $h(x, y) = x^2 y$

4. Attempt any **three** from the parts (a) to (d) in this question. 7×3

इस प्रश्न में भाग (a) से (d) में से किन्हीं **तीन** के उत्तर दीजिए।

(a) Derive the conditions on α, β under which the function $f(x,y)=2x^{\alpha}y^{\beta}, \alpha, \beta > 0$ defined on the domain $x \ge 0, y \ge 0$ is :

α, β पर उन शर्तों को व्युत्पन्न कीजिए जिनके अधीन, परास $x \ge 0, y \ge 0$ पर परिभाषित फलन $f(x,y)=2x^{\alpha}y^{\beta}, \alpha, \beta > 0$.

(i) Strictly Concave

सख्तत: अवतल (Strictly Concave) है

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

(ii) Concave

अवतल (Concave) है

(iii) Quasi-concave

अर्द्ध-अवतल (Quasi-Concave) है

(iv) Convex

उत्तल (Convex) है।

(b) State the sufficient conditions for a function to possess both a global maxima and a global minima in its domain.

Find the global extreme points for the function f (x, y) = x^2y^3 defined on the set $\{(x,y) \mid x \geq 1, y \geq 2, x + y \leq 10\}$.

एक फलन के परास में वैश्विक उच्चिष्ठ (global maxima) व वैश्विक निम्निष्ठ (global minima) दोनों होने हेतु आवश्यक शर्तों को लिखिए।

समुच्चय $\{(x,y) \mid x \geq 1, y \geq 2, x + y \leq 10\}$ पर परिभाषित फलन f (x, y) x^2y^3 के वैश्विक चरम बिन्दु (extreme points) ज्ञात कीजिए।

(c) Find all stationary points of the function $f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy - 2x^2 + x - y + 4$ classify the stationary points as maxima, minima and saddle points.

फलन $f(x, y) = x^3 + y^2 - 2xy - 2x^2 + x - y + 4$ के सभी स्थिर बिन्दु (stationary points) ज्ञात कीजिए। इन बिन्दुओं को उच्चिष्ठ (maxima), निम्निष्ठ (minima) या काठी बिन्दु (saddle points) के तौर पर वर्गीकृत कीजिए।

(d) A point moves on the curve $x^2 + y^2 = 100$. At what point is its distance from the point (x, y) = (10, 8) minimum ? If the constant 100 in the equation of the curve were to be increased by one unit, what is the instantaneous effect on the minimum distance.

एक बिन्दु वक्र $x^2 + y^2 = 100$ पर गति करता है। किस बिन्दु पर बिन्दु (x, y) = (10, 8) से इसकी दूरी न्यूनतम होगी ? यदि वक्र के समीकरण के स्थिर मान 100 को एक इकाई से बढ़ा दिया जाए तो इस न्यूनतम दूरी पर तात्क्षणिक (instantaneous) प्रभाव क्या होगा ?

downloaded from StudentSuvidha.com

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com

5. Attempt any **two** from the parts (a) to (c) in this question. 4×2

इस प्रश्न में भाग (a) से (c) में से किन्हीं **दो** के उत्तर दीजिए।

(a) Consider the differential equation $\frac{dy}{dt} = k\left(1 - \frac{y}{m}\right)y$ where k and m are positive constants. Draw a phase line to determine if the equation possesses a stable equilibrium.

अवकल समीकरण (differential equation) $\frac{dy}{dt} = k\left(1 - \frac{y}{m}\right)y$ पर विचार कीजिए जहाँ k व m धनात्मक स्थिरांक हैं। क्या इस समीकरण की स्थायी साम्यावस्था का अस्तित्व है, इसका निर्धारण करने हेतु एक प्रावस्था रेखा (phase line) को आरेखित कीजिए।

(b) Two sets A and B in $\Re^2$ are defined as $A = \{(x, y) \mid xy \geq 10\}$ and $B = \{(x, y) \mid 2x^2 + y \leq 0\}$. Draw a sketch of the sets to decide :

$\Re^2$ में दो समुच्चय $A = \{(x, y) \mid xy \geq 10\}$ व $B = \{(x, y) \mid 2x^2 + y \leq 0\}$ द्वारा परिभाषित हैं। इन समुच्चयों के आरेख बनाइए व उन आरेखों की सहायता से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) whether the sets A and B are closed and bounded.

क्या समुच्चय A व B बन्द (closed) व परिबद्ध (bounded) हैं।

(ii) whether the set $A \cap B$ is convex.

क्या समुच्चय $A \cap B$ उत्तल (convex) है।

(c) Show that $x(t) = Ce^{5t} + \frac{3}{5}$ is a solution to the differential equation $\frac{dx}{dt} = 5x - 3$. Find the integral curve when x(2) = 1.

दर्शाइए कि $x(t) = Ce^{5t} + \frac{3}{5}$, अवकल समीकरण $\frac{dx}{dt} = 5x - 3$ का एक हल है। जब x(2) = 1 हो, तो समाकल वक्र (integral curve) ज्ञात कीजिए।

StudentSuvidha.com
downloaded from

Download all NOTES and PAPERS at StudentSuvidha.com